

Справка
на най-важните постижения на проф. дмн Анжела Славова
Попиванова

Най-важните постижения и тяхното значение за развитие на науката могат да се класифицират в следните точки:

1. Създадена е школа по Клетъчно Невронни Мрежи (КНМ) в България

След Фулбрайтовата специализация във Флоридския Технологичен Университет, САЩ започнах изследвания в областта на КНМ. Имам 3 защитили дисертациите си докторанти, които работиха и продължават да работят в тази област – 2 са в Русенски университет и 1 е Директор на Математическата гимназия в град Русе. В момента предстоят защиты на други 2 мои докторанти в тази област. От 2013 година преподавам Невронни мрежи в Русенски Университет и много студенти се занимават с приложенията на КНМ. От 2002 година съм член на Техническият комитет по КНМ към IEEE. Организирах съм няколко IEEE конференции и специални сесии по КНМ, като 2 от тях за пръв път са организирани в България – ANNA 2018, Св. Константин е Елена и ECSTD 2020, София.

Клетъчно Невронните Мрежи са въведени в статията на Л.Чуа и Л.Янг (Chua & Yang, Cellular Neural Network: Theory and Applications, 1988) през 1988 г. Основната идея е била да се използва решетка от нелинейни динамични вериги, взаимосвързани помежду си, с цел да се проведе сравнително голямо количество информация в реално време. Концепцията за тази нова архитектура е взимствана от архитектурата на клетъчните автомати и на невронните мрежи, като по този начин се показва нова възможност за ефективно решаване на доста

бавни във времето задачи, например за разпознаване и обработка на образи и за решаване на нелинейни частни диференциални уравнения. През последните 20 години оригиналната архитектура на КНМ е обобщавана и разширявана с оглед на все по-увеличаващите се приложения след разработването на КНМ чип – универсална машина.

Основните ми изследвания в този цикъл от изследвания са свързани с динамичното поведение на КНМ, които моделират уравнения произтичащи от различни процеси във финансите, биологията, екологията, вълни цунами, инженерството и нанотехнологиите. По темата имам издадени 2 монографии – А. Slavova, *Cellular Neural Networks: Theory and Dynamics*, Kluwer Academic Publishers, 2003; А. Slavova, P. Zecca, *Modelling natural phenomena via Cellular Nonlinear Networks*, Cambridge Scholars Publishing, 2017. За втората монография съм получила Наградата на СУБ за високи научни постижения през 2019 г. В нея са представени редица математически модели на вълни цунами – като уравнението на Кортевег де Фриз, Камаса Холм, двукомпонентна система на Камаса Холм, които се апроксимират с КНМ и са направени редица симулации на тези вълни. Нещо повече разработена е програма за симулация на вълна цунами от възникването, както и нейното разпространение в различни моменти. Във втората част на книгата е разгледано приложение на КНМ за изследване на опростения модел на Ходжкин – Хъксли (Нобелови лауреати за 1963 г.) за разпространението на нервните импулси в човешкия мозък, а именно системата на Фиц Хю Нагумо. За различни видове системи са построени КНМ модели и са построени решения от типа бягаща вълна. Тези изследвания имат голямо приложно значение за невро науките.

Изучени да системи на реакция-дифузия, описващи реални процеси от биологията и екологията. Разглеждат се основно

нелинейни частни диференциални уравнения (ЧДУ), които се апроксимират върху архитектурата на полиномиални КНМ на реакция-дифузия. Решенията на тези КНМ модели имат четири основни свойства: 1). непрекъснати са във времето; 2). непрекъснати и ограничени са по стойности; 3). непрекъснати са по взаимодействиящи параметри; 4). дискретни са в пространството.

През последните години КНМ широко използват така наречените генетични алгоритми, които позволяват да се моделират такива системи като ДНК, имунен отговор, ретина, сензори и др. Друго приложение на разглежданите модели КНМ, което произтича от невробиологията, имунологията или генетиката.

Изследвани са приложения на КНМ в разпознаване и обработка на образи. Разглеждат се нелинейни частни диференциални уравнения (ЧДУ) като основен модел, който се прилага в предварителната обработка на изображения. Те се класифицират в три основни категории: линейни изотропни филтри; нелинейни изотропни филтри; нелинейни анизотропни филтри. Един основен вид ЧДУ използвани в обработката на образи е модела на Перона-Малик. За него е построена полиномиална КНМ и са сравнени получените резултати за моделите на Перона-Малик и полиномиалния КНМ модел. Възможните приложения на получените резултати са за решаване на задачи за обработка на изображения, като: разпознаване на почерк; идентифициране на лица; интерпретация на картини и сцени; компресия на данни за образи и др.

Използването на КНМ за целите на разпознаване на образи е изключително перспективно направление. С използването на този подход класификационните задачи се реализират изключително леко. Не са необходими сложни алгоритми и модели, които да

описват еталоните към които се извършва класификацията, нито критерии за съвпадение, които в много случаи са комплексни и трудно подлежат на формализация.

Построени са много модели на частни диференциални уравнения, описващи реални процеси, като уравнението на Сайн-Гордон, ФицХю-Нагумо, Фишер, Брусалаторно уравнение, уравнението на Лотка-Волтера и др. Построени са модели на уравнения с памет и уравнение на нелинейни вълни в среда с памет. Много работи са посветени на изучаване на динамиката на различни системи на ФицХю Нагумо, като е изследвано сложното поведение на решенията на получения КНМ модел, като те имат основно приложения в невро науките.

Въведен е нов клас от КНМ – с хистерезис, които са много актуални приложения в разпознаването и обработката на образи. Разработен и приложен е нов подход в изучаването на такива КНМ, а именно метода на хармоничния баланс.

Въведен и един нов елемент към хистерезисните КНМ, а именно мемристора. Той е изучен теоретично от Л. Чуа през 1971 г., през 2008 г. в лабораториите на НР в САЩ е намерен подходящ материал за неговото производство. Мемристорните КНМ се развиват интензивно през последните 5 години и тематиката е изключително актуална. Изследванията се основават на метода на локалната активност, като е разработен уникален алгоритъм за прилагането му в изследванията на динамиката на КНМ. По-конкретно този алгоритъм позволява да се намери областта наречена ръб на хаоса, в която КНМ проявява сложно поведение и това води до възникването на нови структури. Приложенията са в много области на науката като биологията за предсказване на епилептични пристъпи, в разпознаване на образите и тяхното кодиране и декодиране, в нано структури и др.

2. Работи в областта на Частните Диференциални Уравнения и по-специално на Уравнения на математическата физика

В този цикъл работи се предлага задълбочен анализ на редица уравнения и системи на математическата физика, описващи разпространението и взаимодействието на нелинейни вълни.

В монографията Popivanov, P., Slavova, A., *Nonlinear waves. Introduction*. World Scientific, Singapore, 2011 се изучават някои уравнения от математическата физика като уравнението на Кортевег-де Фриз и неговите модификации, уравнението на Камаса-Холм и негови обобщения, нелинейно хиперболично уравнение описващо вибрациите на верига от частици свързани с пружини, виско-еластичното обобщение на уравнението на Бюргер, уравнението на Хънтър-Сакстон и др. Всички тези уравнения описват нелинейни вълни и са изследвани с чисто математически методи. Също така някои от тези уравнения са моделирани с КНМ и са направени съответните компютърни визуализации. За тази монография авторите са получили наградата на СУБ за високи научни постижения през 2012 г.

В монографията Popivanov, P., Slavova, A., *Nonlinear Waves. Geometrical Approach*, World Scientific, Singapore, 2018 са изучени много уравнения на математическата физика като нелинейното вълново уравнение, уравненията на Кортевег-де-Фриз, Форнберг-Уидам, Вакхненко, Бени-Люк, Кадомцев-Петвиашвили, Цицейка, Камаса-Холм, нелинейното уравнение на Шрьодингер, нелинейното уравнение на Кауп-Купершмит, Бусинеск, Кузнецов-Захаров, Суифт-Хохенберг, както и системата на Маканов, симетризуеми квазилинейни хиперболични системи, възникващи в динамиката на газовете и много други. Както е известно различни физични явления се описват от различни математически модели и най-общо с ЧДУ.

Решенията, които се търсят могат да бъдат различни по тяхната структура, като например различни полиномиални смущения на някои линейни ЧДУ – уравнението на Шрьодингер, и могат да бъдат глобални във времето, избухващи решения за крайно време, решения с различно поведение на безкрайност и др. Затова и математическият апарат, който се използва в монографията е много разнообразен, като например разпределения на Шварц, трансформации на Фурие в различни функционални пространства, специални функции на Бесел, елиптични функции на Якоби, елиптични интеграли на Лежандър от I, II и трети вид. За да се намерят решения от типа бягаща вълна и да начертаям техните графики, както и да се намерят подходящи решения със специално физическо значение в лазерната оптика, динамика на флуидите или рогови вълни в океаните, се използват методи от ОДУ и първи ред ЧДУ. Два много интересни и силни метода от теорията на математическата физика са представени най-подробно – метод на обличането и метод на Хирота.

Изучени са напълно интегрируеми системи от нелинейни ЧДУ. Разглежданата задача се редуцира до глобално решение на преопределена реална система от ЧДУ. Конструират се различни несолитонни решения. Новото е, че всички тези решения са в явен вид и се построяват чрез специални елиптични функции на Лежандър, Якоби, Вайерщрас и др. В литературата са построявани решения на такива задачи чрез добре изучените и сложни методи на обратно разсейване, на зашиване и др., които се получават чрез елементарни функции – експоненти, логаритми и тригонометрични функции. В нашия случай прилагайки по-елементарни методи се получават несолитонни решения в явен вид. Предлага се и геометрична интерпретация на получените решения. За нелинейното еволюционно уравнение на Шрьодингер се получават различни конфигурации.

Построени са точни решения на хиперболични уравнения на Монж Ампер с експоненциална нелинейност в дясната част. Получени три различни вида решения, които развиват логаритмична сингулярност. Уравнението е решено локално като е приложен метода на Ханс-Леви. Изучават се също и еволюционни уравнения на Шрьодингер, в които нелинейността се поражда от геометричните условия наложени на двете компоненти на решенията. Доказано е съществуване на решения от типа бягаща вълна, които не са тривиални. Направена е геометрична интерпретация на решението на уравнението на Монж Ампер.

Получени са решенията на редица уравнения на математическата физика в експлицитна форма с помощта на специални функции.

3. Работи по финансова математика

Основните изследвания са свързани с уравнението на Бляк-Шолс. Мотивацията за това е свързана с един клас от нелинейни частни диференциални уравнения. Прилага се принципа на сравненията в изследването на оценяване на акциите при реални предположения. Повечето от изучаваните модели водят до нелинейни варианти на уравнение на Бляк-Шолс. В някои случаи се получават точни решения като се прилага анализ чрез групите на Ли. Ключов момент в получаването на сходимост на числените схеми е получаването на сравнителни резултати и те играят важна роля в приложенията. Получени са вискозни решения за частни диференциални уравнения от типа на Бляк-Шолс. Доказани са някои малко познати досега свойства на уравнението на Бляк-Шолс като нехиперболичност.

Решена е задача на Дирихле за ЧДУ от втори ред с неотрицателна характеристична форма. Резултатите са приложени за задачи на оценяване на опции от бариерен тип. Изучени са гранични задачи за многомерното уравнение на Бляк-Шолс и негови обобщения. Получени са аналитични решения, а принципът за сравнение позволява да се генерират нови формули за оценки. Изучени са съществуването и регулярността на обобщените решения на гранични задачи за клас от ЧДУ, обобщаващ уравнението на Бляк-Шолс. Това става с помощта на апарата на Олейник и Радкевич, който е адаптиран за ЧДУ с приложение във финансиите.

Решена е задача на Дирихле за ЧДУ от втори ред с неотрицателна характеристична форма. Резултатите са приложени за задачи на оценяване на опции от бариерен тип. Изучени са гранични задачи за многомерното уравнение на Бляк-Шолс и негови обобщения. Получени са аналитични решения, а принципът за сравнение позволява да се генерират нови формули за оценки. Изучени са съществуването и регулярността на обобщените решения на гранични задачи за клас от ЧДУ, обобщаващ уравнението на Бляк-

Шолс. Това става с помощта на апарата на Олейник и Радкевич, който е адаптиран за ЧДУ с приложение във финансиите.

В този цикъл работи е разработен хипотетичен модел на модифицираното уравнение на Бляк-Шолс с дискретни дивиденди и дискретни данъци. Експерименталната част на тази статия се състои в разработване на модули в компютърната среда МАТЕМАТИКА за този хипотетичен модел. В началото на Септември 2015 г. се получи съобщение от Wolfram Library, че нашата работа е включена в тази най-голяма в света библиотека на програмни продукти. Компанията Волфрам е един от най-известните компютърни научно-изследователски центрове, който е в челните редици по научни и технологични разработки. Техните продукти се използват в много широк диапазон – в училища, колежи и университети навсякъде по света, а също така те предоставят най-голямата свободна библиотека от програмни продукти, които да се използват за обучение на бъдещите лидери в науката и технологиите. В тази статия е важно приложението, което предложения хипотетичен модел има във финансовите пазари и най-вече в предсказването на предстоящи сривове в тях. Поради това разработеният модул в програмната среда МАТЕМАТИКА за модифицираното уравнение на Бляк-Шолс с дискретни дивиденди и дискретни данъци е включен в базата данни на Wolfram Library.

Изследвано е нелинейното уравнение на Блек – Шолс, възникващо в математическите финанси със средствата на диференциалните уравнения, като се разглеждат редица обобщения. Построен се числен алгоритъм за намиране на решенията на нелинейното уравнение на Блек – Шолс базиран на вискозни решения.

През 2013 г. заедно с колеги от Русенския Университет създадохме специалност Финансова Математика. Оттогава преподавам Невронни мрежи във финансите там като гост професор.

В тази връзка са направени редица изследвания на приложенията на клетъчно невронните мрежи, които са свързани с банковото дело и финанси. В този процес активно участие вземат студентите бакалаври и магистри в специалността Финансова математика.