

Справка

за най-важните постижения на проф. дмн Николай К. Витанов

и тяхното значение за развитието на науката и културата и/или
за материалното и/или духовното обогатяване на българския народ и
българската държава

1) Постигания в областта на теорията на нелинейните вълни

1. Разработен е методът на простите уравнения (SEsM – Simple Equations Method) за намиране на точни решения на нелинейни частни диференциални уравнения [N1]-[N4]. Чрез този метод се търсят точни решения на нелинейни частни диференциални уравнения, построени от решения на по-прости уравнения. В методологията се използва едно или повече уравнения на баланса, от които се определя вида на простите диференциални уравнения, които следва да се използват и същевременно се определя формата на решението на изследваното нелинейно частно диференциално уравнение като функция на решенията на простите уравнения.

2. Показано е, че SEsM е свързан с Метода на обратната задача на разсейването и метода на Хирота [N4]-[N7]. Показано е, че методът на Хирота е частен случай от SEsM, откъдето следва, че SEsM е ефективен както за намиране на мултисолитонни решения на интегрируеми нелинейни диференциални уравнения, така и за намиране на частни решения на неинтегрируеми нелинейни диференциални уравнения.

3. SEsM е разширен за намиране на точни решения на нелинейни диференциални уравнения, съдържащи неполиномални нелинейности [N8].

4. В рамките на работата на разширение на SEsM са получени солитони, движещи се с една и съща скорост и имащи различна амплитуда, което е различие с класическите солитони, при които скоростта зависи от амплитудата [N9].

5. За целите SEsM е предложена специална функция, която е решение на клас от възможни прости уравнения и съдържа като частни случаи например тригономичните функции, хиперболичните функции и елиптичните функции на Якоби и Вайерщрас. Тази функция естествено произлиза при работата с композитни функции в рамките на SEsM. [N10, N11]. Предложен е и клас от полиноми, свързан със SEsM [N10, N11]. Полиномите са описани например в Теорема 2 на [N10]. Изчисляването на тези полиноми е както следва

$$\begin{aligned} K_0 &= \sum_{r=0}^q b_r g^r \\ Z_0 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_{n+1} &= \frac{Z_n}{2} \sum_{j=0}^m j a_j g^{j-1} + \frac{dZ_n}{dg} \sum_{j=0}^m a_j g^j \\ Z_{n+1} &= \frac{dK_n}{dg}. \end{aligned}$$

Два примера за двойките полиноми са

$$K_6 = \sum_{r=0}^q \sum_{j=0}^m \sum_{u=0}^m \sum_{v=0}^m \left[\left(\frac{1}{2}jr + r(r-1) \right) (j+r-2) \left(\frac{1}{2}u + j + r - 3 \right) (j + r + u - 4) \right] \left(\frac{1}{2}v + j + r + u - 5 \right) a_j b_r a_u a_v g^{j+r+u+v-6}$$

$$Z_6 = 0.$$

$$K_7 = 0;$$

$$Z_7 = \sum_{r=0}^q \sum_{j=0}^m \sum_{u=0}^m \sum_{v=0}^m \left[\left(\frac{1}{2}jr + r(r-1) \right) (j+r-2) \left(\frac{1}{2}u + j + r - 3 \right) (j + r + u - 4) \right] \left(\frac{1}{2}v + j + r + u - 5 \right) (j + r + u + v - 6) a_j b_r a_u a_v g^{j+r+u+v-7},$$

6. SEsM съдържа като частен случай Модифицираният метод на най-простото уравнение (MMSE) [N12,N13]. Изследвана е ролята на вида на най-простото уравнение за успешното прилагане на методологията [N14]. Като специфични случаи на най-просто уравнение са разгледани уравненията на Бернули, Рикати и уравнението за елиптичните функции на Якоби.

7. Получени са редици точни решения на неинтегруеми нелинейни частни диференциални уравнения и значителна част от тези решения са уединени вълни. Няколко примера са свързани с използването на уравненията на Бернули и Рикати [N15] като прости уравнения за намиране на точни решения на уравнения от класа

$$\sum_{p=1}^{N_1} \alpha_p \frac{\partial^p Q}{\partial t^p} + \sum_{q=1}^{N_2} \beta_q \frac{\partial^q Q}{\partial x^q} + \sum_{m=1}^M \mu_m Q^m = 0$$

В допълнение [N16] са получени точни решения на реакционно-дифузионни уравнения от класа

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{dD}{dQ} \left(\frac{\partial Q}{\partial x} \right)^2 + D(Q) \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} + F(Q) = 0$$

и на реакционно-телеграфни уравнения от класа

$$\frac{\partial Q}{\partial t} - \alpha \frac{\partial^2 Q}{\partial t^2} - \beta \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} - \gamma \frac{dF}{dQ} \frac{\partial Q}{\partial t} - F(Q) = 0$$

Получени са [N17] точни решения на уравнения от класа

$$\sum_{i_1=0}^{\bar{n}_1} \sum_{i_2=0}^{n_1^*} \sum_{j=0}^{n_2} \sum_{k_1=0}^{\bar{n}_3} \sum_{k_2=0}^{n_3^*} \sum_{l=0}^{n_4} \sum_{p_1=0}^{\bar{n}_5} \sum_{p_2=0}^{n_5^*} \sum_{q=0}^{n_6} \sum_{r_1=0}^{\bar{n}_7} \sum_{r_2=0}^{n_7^*} \sum_{s=0}^{n_8} \left(\frac{\partial^{i_1+i_2} u}{\partial x^{i_1} \partial t^{i_2}} \right)^j \cdot \left(\frac{\partial^{k_1+k_2} u}{\partial x^{k_1} \partial t^{k_2}} \right)^l \cdot \left(\frac{\partial^{p_1+p_2} u}{\partial x^{p_1} \partial t^{p_2}} \right)^q \cdot \left(\frac{\partial^{r_1+r_2} u}{\partial x^{r_1} \partial t^{r_2}} \right)^s \cdot A_{i_1, i_2, j, k_1, k_2, l, p_1, p_2, q, r_1, r_2, s}(u) = G(u)$$

към който принадлежат обобщеното уравнение на Дегасперис-Процеси

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c_0 \frac{\partial u}{\partial x} + \gamma^* \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} - \alpha^{*2} \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[c_1 u^2 + c_2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + c_3 u \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right]$$

и b-уравнението

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t} + (b+1)u \frac{\partial u}{\partial x} = b \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + u \frac{\partial^3 u}{\partial x^3}$$

Получени са [N18] точни решения на разширеното уравнение на Кортевег-де Фриз

$$2 \frac{\partial \eta}{\partial \tau} + 3 \eta \frac{\partial \eta}{\partial \zeta} + \frac{1}{3} \delta^2 \frac{\partial^3 \eta}{\partial \zeta^3} - \frac{3}{4} \epsilon \eta^2 \frac{\partial \eta}{\partial \zeta} = -\frac{1}{12} \epsilon \delta^2 \left(23 \frac{\partial \eta}{\partial \zeta} \frac{\partial^2 \eta}{\partial \zeta^2} + 10 \eta \frac{\partial^3 \eta}{\partial \zeta^3} \right)$$

и на обобщеното уравнение на Камаса – Холм

$$\frac{\partial U}{\partial T} + p_1 \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{p_4}{2} \frac{\partial}{\partial X} g(U) - p_2 \frac{\partial^3 U}{\partial X^2 \partial T} - 2p_3 \frac{\partial U}{\partial X} \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} - p_3 U \frac{\partial^3 U}{\partial X^3} = 0.$$

Получени са точни решения на уравнението на Кортевег-де Фриз от втори ред [N11]

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} + \alpha_0 u \frac{\partial u}{\partial x} + \alpha_1 \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \alpha_2 u \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} + \alpha_3 u^2 \frac{\partial u}{\partial x} + \alpha_4 \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} + \alpha_5 \frac{\partial^5 u}{\partial x^5} = 0$$

Получени са точни решения във вид на уединени вълни на редица уравнения на основата на развитата методология с просто уравнение, чието решение е $1/\cosh^2(\alpha x + \beta t)$ [N19]

Методологията SEsM бе активно използвана по време на работата, свързана с борбата срещу пандемията от COVID-19. След приключване на тази работа, от началото на 2023 г започна публикация на част от разработките. До настоящия момент са публикувани статии, свързани с получаването на точни решения на моделни нелинейни диференциални уравнения, свързани със SIR и SEIR модела на разпространение на епидемии [N20,N21]. Интересен страничен резултат от тези изследвания е теорията на вълните от новини [N22]. В тази разработка е въведено понятието вълнов пакет от новини и е предложена класификация на вълните от новини, включваща 5 категории вълни.

Отбелязваме и приложението на методологията за получаване на точни решения, описващи вълни във система от взаимодействащи си популации [N23,N24,N25] както и приложенията за получаване на точни решения, описващи вълни в Джозефсънови контакти, чиято актуалност отново се овишава във връзка с използването на тези контакти за направа на квантови компютри [N26,N27].

Значението на тези резултати е за развитието на теорията за получаване на точни решения на неинтегруеми нелинейни частни диференциални уравнения и за научно-приложните задачи, в които тези уравнения се използват за моделиране. В допълнение получените точни решения могат да се използват за проверка на коректността на компютърни програми за решаване на задачи, основани на моделиране чрез нелинейни частни диференциални уравнения.

SEsM е методология, разработвана в България на основата на идеите на кандидата. Чрез нея се обогатява българската математическа наука и се прави принос към международната математическа наука. Това води до издигане на престижа на българската математика и българската наука, тъй като е показано, че SEsM има връзка с други мощни методи за получаване на точни мултисолитонни решения на нелинейни частни диференциални уравнения. Математическите постижения на един народ са тясно свързани и с културните му постижения. Така SEsM обогатява и българската култура.

2) Постигания в областта на вариационната теория на турбулентността

Вариационната теория на турбулентността е нагледен пример за приложение на методите на теорията на вариациите към механиката на флуидите. Аналитични резултати в теорията на турбулентността се постигат трудно и всеки един народ, който има такива, може да се гордее с тях. В това отношение България се нарежда достойно до страни с големи традиции в областта на механиката на флуидите. Постиганията в тази област имат и непосредствено практическо значение, тъй като показват, какво максимално количество от съответната величина може да бъде транспортирано през съответната флуидна система. Оттук веднага се вижда какво е възможно и какво е невъзможно по отношение на транспорта през флуидни системи.

Постиганията, свързани с тази теория са както следва.

Разработени са аналитични асимптотични теория и са проведени числени изследвания за горните граници на топлопреноса чрез турбулентна топлинна конвекция през слой флуид нагряван отдолу при наличие на различни комбинации на гранични условия на долната и горната повърхност на флуида. Основните резултати са както следва

1. Аналитичната теория за максималния топлопренос чрез турбулентна конвекция през хоризонтален слой флуид с твърди граници е неприменима за случая на флуид със свободни граници [T1].

2. Разработена е аналитична теория за максималния топлопренос чрез турбулентна конвекция през хоризонтален слой флуид със свободни граници [T2]. Полученият аналитичен асимптотичен резултат за зависимостта на числото на Нуселт от числото на Рейли е

$$Nu = 0.3254R^{1/3}, \text{ което е в отлично съгласие с получения числен резултат } Nu \approx 0.3211R^{1/3}$$

3. Разработена е теория за горните граници на топлопреноса през пореста среда, запълнена с флуид. Получени са съответните горни граници за случай на оптимални полета с

произволен брой вълнови числа [ТЗ]. Пример за един от многото получени аналитични резултати: горната граница на топлопреноса при наличие на $N=2,3,\dots$ вълнови числа е

$$F_N = \frac{\left[4 \cdot 3^{\frac{(N-3/2)3^{N-1}+1/2}{2 \cdot 3^{N-2}}}\right]^{4/3}}{[2(\sigma + \tau)]^{4/3}} \left(\frac{2}{3\beta}\right)^{\frac{2(3^{N-1}-1)}{3^N}} [2 \cdot 3^N - 1]^{-\frac{2 \cdot 3^N - 1}{3^N}} \times \\ \times R^{\frac{2 \cdot (3^N - 1)}{2 \cdot 3^N}} \left[\ln\left(\frac{1}{g_N^2}\right) - \ln \ln\left(\frac{1}{g_N^2}\right)\right]^{1/3} \prod_{j=1}^{N-1} \left[\ln\left(\frac{1}{g_{N-j}^2}\right) - \ln \ln\left(\frac{1}{g_{N-j}^2}\right)\right]^{3^{-j-1}},$$

където

$$g_i = 3^{1/3} \chi_i^{-1/6}(R) [\ln \chi_i(R)]^{-1/3} (1 + r_i)^{1/3},$$

$$\chi_i^{-1}(R) = \left\{ \frac{R^{-1}}{\prod_{j=1}^{i-1} [\ln(1/g_{i-j}^2) - \ln \ln(1/g_{i-j}^2)]^{-3^{i-j-1}}} \right\}^{\frac{1}{3^{i-1}}}, \quad i = 2, 3, \dots, N,$$

$$r_i = \frac{3 \left\{ \ln \left[\left(\frac{3}{\ln \chi_i(R)} \right)^{2/3} \right] + \ln \ln \left[\frac{\chi_i(R)^{1/3} (\ln \chi_i(R))^{2/3}}{3^{2/3}} \right] \right\}}{\ln \chi_i(R) - 3 \left\{ \ln \left[\left(\frac{3}{\ln \chi_i(R)} \right)^{2/3} \right] + \ln \ln \left[\frac{\chi_i(R)^{1/3} (\ln \chi_i(R))^{2/3}}{3^{2/3}} \right] \right\}},$$

4. Разработена е аналитична теория за горните граници на топлопреноса през хоризонтален слой от флуид с твърда долна граница и свободна горна граница за случая на големи числа на Прандтл. Получени са множество нови аналитични резултати. Например за горната граница на топлопреноса през слой флуид е получен резултатът [Т4]

$$F_N = [1/(2(\sigma + \tau))]^{6/5} \{10^{(1/3)[N-1-(10/9)(1-1/10^{N-1})]} (2/\beta^*)^{(1/3)(1-1/10^{N-1})} \times \\ \times b_1^{(1/3)(4-1/10^{N-1})2/5} (120b_1^4 10^{N-2})^{6/5}\} (1/2)^{(2/9)(1-10^{-N})} \times \\ \times 10^{-(1/405)[10(9N-1)]10^{1-N}} R^{(1/3)(1-10^{-N})} (\ln R)^{(2/9)(1-10^{-N})}.$$

къето N е броят на вълновите числа, свързани с оптималните полета на скоростта и температурта. За много големи стойности на N се получава резултатът

$$F \propto [1/(2(\sigma + \tau))]^{6/5} (3/(2\beta^*))^{2/15} (9/10)^{6/5} 10^{-38/135} (1/3)^{2/9} R^{1/3} \approx (1/6) R^{1/3}.$$

5. Многобройни аналитични резултати са получени в рамките на разработена теория за горните граници на топлопреноса през слой флуид намиращ се под действие на ротация при големи стойности на числото на Прандтл и различни стойности на числото на Тейлър [T5,T6]. От многобройните аналитични резултати споменаваме само резултатът за случая на слой флуид с две твърди граници при наличие на дебел слой на Екман и вълново число $O(Ta^{1/8}) \ll \alpha_1 \ll O(R^{1/4})$:

$$F_1 = 2^{-9/5} D^{-6/5} R^{1/5} (1 - \alpha_1^4/R)^{6/5} Ta^{1/10} \times \left[\ln \left(\frac{2\alpha_1^4}{Ta^{1/2}} \right) - \ln \ln \left(\frac{2\alpha_1^4}{Ta^{1/2}} \right) \right]^{1/5}.$$

6. Получени са аналитични резултати за горните граници на дисипацията на енергия при срязващо течение под действие на ротация [T7]

Налице е и самостоятелен обзор върху вариационната теория на турбулентността [T8].

Наред с аналитичните разработки са проведени и екстензивни числени изследвания на горните граници на топлопреноса в слой флуид . Някои от получените резултати тук са:

1. Числено е потвърдена аналитичната теория за горната граница на топлопреноса чрез турбулентна топлинна конвекция, получена от единия основател на вариационната теория на турбулентността – проф. Хауърд [T9].

2. Потвърдено е, че включването на допълнителни ограничения във вариационната задача за топлопренос през слой флуид при наличие на ротация води до понижаване на горните граници на топлопреноса [T10]

3. Получени са числени резултати за горните граници на топлопреноса чрез топлинна конвекция в слой флуид при наличие на ротация, които се съгласуват добре с аналитичните резултати за съответните задачи [T11]

Значението на получените резултати в областта на вариационната теория на турбулентността е:

1. Методологично – потвърдени са аналитичните резултати на класиците на вариационната теория на турбулентността

2. Теоретично – на основата на разработени собствени теории са получени редица нови аналитични резултати в областта на вариационната теория на турбулентността, което се среща доста рядко в наши дни

3. Практическо – всяка теория, която води до стойности на топлопреноса, по-високи от получените горни граници е грешна, както е грешно и всяко измерване, водещо до стойности на топлопреноса, по-високи от съответната горна граница.

3) Постижения в областта на математическата теория на сложните системи

А) Динамика на взаимодействащи си популации

А.1) Изведени са детерминистични модели за динамиката на три взаимодействащи си популации при наличие на адаптация [N23,N24]. Получени са точни решения на съответните модели, описващи популационни вълни. Изследвани са математическите характеристики на хаоса, възникващ в популационни системи.

А.2) Предложени са стохастични модели за отчитане на влиянието на околната среда върху динамиката на популациите на основа на уравнения от тип уравнения на Ланжвен. Получени са стационарни статистически разпределения на плътностите на взаимодействащите популации, които са решения на уравненията на Фокер-Планк, съответни на уравненията на Ланжвен. Резултатите са получени от гледна точка на формализмите на Ито и Стратонович, прилагани в теорията на стохастичните диференциални уравнения [N25, D1].

А.3) Предложени са непрекъснат и дискретен математични модели на идеологическата борба в система от адаптиращи се популации без и с отчитане на влиянието на миграцията [D2,D3]. На основата на дискретния модел са изразени съмнения в успеха на “Арабската пролет” малко след започването и. Тези съмнения днес са експериментално потвърдени. Описан е “Ефектът на феникса” – възраждане на идеология, чиито брой привърженици е станал много нисък с течение на времето.

А.4) Описано е приложението на моделите на популационната динамика за описание на дифузията на идеи и в частност на дифузията на научни идеи. Част от тези модели вече са публикувани [N20,N21,N22,D4]. Публикуваните модели са от епидемиологичен тип и в периода са успешно приложени в процеса на подготовка на анализи и прогнози в подпомагане на дейността на държавни институции в борбата им срещу COVID-19.

Анализите и прогнозите подпомагаха поддържането на непрекъснато и активно участие на БАН в борбата срещу COVID-19 през цялото време от март 2020 до май 2021 г. През това време, по покана на Министър-председателя на Република България, кандидатът бе консултант на Националния Оперативен Щаб за борба с COVID-19 и представяше ежедневни анализи и прогнози за епидемиологичната обстановка в страната. Няма нито една забележка към точността на прогнозите и правилността на анализите от страна на държавните институции. Това доведе до издигане на рейтинга на българската математика и българската наука в средите на българския елит и на структурите, управляващи българската държава.

Добрите практически резултати от приложението на разработките по популационна динамика за анализи и прогнози за развитието на пандемията от Ковид – 19 доведоха до повторна покана от страна на Министър-председателя за консултантска дейност на Министерство на здравеопазването и Министерски съвет на, която дейност започна на 14.01.2022 е продължи до 14.01.2023 г. За тази си дейност, кандидатът бе

награден с почетен знак на Министъра на здравеопазването за отлични резултати в областта на анализите и прогнозите на епидемиологичната обстановка, довели до ефективна организация и бърза подавяне на епидемичните вълни през 2022 г.

В) Анализ на данни и в частност нелинеен анализ на времеви редове

В.1) Предложено е съвместното използване на анализа на принципни компоненти, анализа на сингулярни стойности (*singular value decomposition*), анализа на корелации и метода на възстановяване на фазовото пространство чрез *time delay-embedding* за анализ на къси и нестационарни времеви редове [D5].

В.2) Предложен е метод за детектиране на силни пориви на вятъра в приземната част на граничния слой на атмосферата [D6]. Методът е основан на теорията на Марковските вериги. Методът има непосредствено практическо приложение за детектиране на силни пориви на вятъра, които биха могли да повредят витлата на генераторите на електрическа енергия от вятъра.

В.3) Реализирани са приложения на анализа на данни към пет вида системи:

В.3.1) Системи от неживата природа (изчисляване на вероятността на поява на много високи вълни в Северно море, реки в Европа, Индия и Китай) [D7,D8]

В.3.2) Технически системи (осцилатор на Шинрики, вибрации на спирачни системи на влакове, вибрации на трактори, генератори на случайни числа) [D9,D10]. Показано е например, че зад привидния стохастичен характер на шума, произведен от спирачките, се крие процес, свързан с нискоразмерно детерминистично хаотично поведение. Този резултат има съществена насочваща роля за разработките, свързани с намаляване на нивото на шум на автомобилни, влакови и други спирачни системи.

В.3.3) Биологични системи (нистогмографски времеви редове, времеви редове от движение на главата при разговор между хора, сърдечна дейност на *Drosophila Melanogaster*) [D11,D12,D13]

В.3.4) Спортни системи (анализ на ранкинг-листите на УЕФА и ФИФА) [D14,D15]. Анализарана е ранкинг-листата на УЕФА като системата от отбори в нея е разглеждана като сложна система. Показано е, че ранкинг-коэффициентите не се подчиняват на един степенен закон, а е налице преход между степенни закони с последващ преход към неподредено състояние. Това позволява да се направи една подобрена класификация на отборите от ранкинг-листата на УЕФА. Тези изследвания са разширени и по отношение на ранкинг-листата на ФИФА.

В.3.5) Социално – икономически системи (анализ на влиянието на намесата на японското правителство на пазара на селскостопански стоки, анализ на статистическото разпределение на населението в българските градове) [D16,D17]. Показано е например, че за случая на България не е валидна хипотезата за нарастване на градското население по един и същ начин независимо от размера на града (хипотеза, прилагана от Гибрат и водеща до разпределението на Зипф). Показано е, че за случая на системата от българските градове е валидна хипотезата за стохастичния растеж на основата на начално логнормално разпределение на населението, която води до двустранното логнормално разпределение на Парето, което е детектирано на основата на данните за населението на българските градове.

В периода 2020 - 2023, разработките в областта на анализа на времеви редове бяха приложени при изготвяне на анализи и прогнози в поддръжка на работата на държавните институции за борба с COVID-19. Така изследванията и експертизата в областта на анализа на времеви редове имаха реално практическо значение в борбата за запазване на живота и здравето на милиони български граждани.

С) Теория на мрежите и миграцията

Предложен е модел на миграционен канал за човешка миграция през няколко държави.

С.1) В процеса по работата върху модела се достигна до необходимостта от въвеждане на вероятностно разпределение, което да описва разпределението на мигранти в миграционен канал, състоящ се от краен брой страни [D18]. Полученото разпределение (отчитащо ефекта от натрупването на мигранти в крайната и най-желана от тях страна на канала) бе наречено пресечено разпределение на Уоринг в чест на 6-тия Лукасовски професор по математика в Кеймбридж Едуард Уоринг, който получава подобно разпределение при работата си върху теорията на безкрайните редове. Видът на това разпределение е

$$P(\zeta = i) = \frac{a}{a+k} \frac{(k-1)^{[i]}}{(a+k)^{[i]}}; \quad k^{[i]} = \frac{(k+i)!}{k!};$$

$$i = 0, \dots, N-1$$

$$P(\zeta = N) = \frac{1}{a+k} \frac{(k-1)^{[N]}}{(a+k)^{[N-1]}},$$

Впоследствие това разпределение бе обобщено и се оказа, че в предложението от нас вид обобщеното разпределение не е изследвано от други автори досега. С други думи – получено е ново вероятностно разпределение с тежка опашка, което има пряко практическо приложение в теорията на миграцията.

С.2) По-нататъшното развитие на изследванията доведе до формулиране на цели класове от нови вероятностни разпределения и бе показано, че най-общият вид на формулираното вероятностно разпределение съдържа всички възможни вероятностни разпределения на случайна величина, която може да има краен брой или безкраен брой неотрицателни целочислени стойности [D19,D20]. Видът на това разпределение е (оригиналната номерация на формулите от [D20] е запазена, за да може по-лесно да се идентифицира разпределението и свързаните с него лемми и теореми в текста на [D20])

$$y_0 = x_0 / \left\{ x_0 \left[1 + \sum_{k=1}^{N-1} \prod_{i=1}^k \frac{\varphi_{i-1}}{\mu_i + \varphi_i + \gamma_i - \sigma_i - \epsilon_i} + \frac{\varphi_{N-1}}{\mu_N + \gamma_N - \sigma_N - \epsilon_N} \prod_{i=1}^{N-1} \frac{\varphi_{i-1}}{\mu_i + \varphi_i + \gamma_i - \sigma_i - \epsilon_i} \right] + \right.$$

$$\sum_{k=1}^{N-1} \left[(1 - \delta_{k,1}) \sum_{j=1}^{k-1} \left(\frac{\kappa_{j-1} + \lambda_{j-1} - \zeta_{j-1} - \theta_{j-1}}{\mu_j + \varphi_j + \gamma_j - \sigma_j - \epsilon_j} \prod_{l=j+1}^k \frac{\varphi_{l-1}}{\mu_l + \varphi_l + \gamma_l - \sigma_l - \epsilon_l} \right) + \right.$$

$$\left. \frac{\kappa_{k-1} + \lambda_{k-1} - \zeta_{k-1} - \theta_{k-1}}{\mu_k + \varphi_k + \gamma_k - \sigma_k - \epsilon_k} \right] + \frac{\varphi_{N-1}}{\mu_N + \gamma_N - \sigma_N - \epsilon_N} (1 - \delta_{N,2}) \sum_{j=1}^{N-2} \left(\frac{\kappa_{j-1} + \lambda_{j-1} - \zeta_{j-1} - \theta_{j-1}}{\mu_j + \varphi_j + \gamma_j - \sigma_j - \epsilon_j} \times \right.$$

$$\left. \prod_{l=j+1}^{N-1} \frac{\varphi_{l-1}}{\mu_l + \varphi_l + \gamma_l - \sigma_l - \epsilon_l} \right) + \frac{\varphi_{N-1}}{\mu_N + \gamma_N - \sigma_N - \epsilon_N} \frac{\kappa_{N-2} + \lambda_{N-2} - \zeta_{N-2} - \theta_{N-2}}{\mu_{N-1} + \varphi_{N-1} + \gamma_{N-1} - \sigma_{N-1} - \epsilon_{N-1}} +$$

$$\left. \frac{\kappa_{N-1} + \lambda_{N-1} - \zeta_{N-1} - \theta_{N-1}}{\mu_N + \gamma_N - \sigma_N - \epsilon_N} \right\}, \quad (21)$$

$$\begin{aligned}
y_k = & \left\{ x_0 \prod_{i=1}^k \frac{\varphi_{i-1}}{\mu_i + \varphi_i + \gamma_i - \sigma_i - \epsilon_i} + (1 - \delta_{k1}) \sum_{j=1}^{k-1} \left(\frac{\kappa_{j-1} + \lambda_{j-1} - \zeta_{j-1} - \theta_{j-1}}{\mu_j + \varphi_j + \gamma_j - \sigma_j - \epsilon_j} \prod_{l=j+1}^k \frac{\varphi_{l-1}}{\mu_l + \varphi_l + \gamma_l - \sigma_l - \epsilon_l} \right) + \right. \\
& \left. \frac{\kappa_{k-1} + \lambda_{k-1} - \zeta_{k-1} - \theta_{k-1}}{\mu_k + \varphi_k + \gamma_k - \sigma_k - \epsilon_k} \right\} / \left\{ x_0 \left[1 + \sum_{k=1}^{N-1} \prod_{i=1}^k \frac{\varphi_{i-1}}{\mu_i + \varphi_i + \gamma_i - \sigma_i - \epsilon_i} + \right. \right. \\
& \left. \frac{\varphi_{N-1}}{\mu_N + \gamma_N - \sigma_N - \epsilon_N} \prod_{i=1}^{N-1} \frac{\varphi_{i-1}}{\mu_i + \varphi_i + \gamma_i - \sigma_i - \epsilon_i} \right] + \\
& \sum_{k=1}^{N-1} \left[(1 - \delta_{k1}) \sum_{j=1}^{k-1} \left(\frac{\kappa_{j-1} + \lambda_{j-1} - \zeta_{j-1} - \theta_{j-1}}{\mu_j + \varphi_j + \gamma_j - \sigma_j - \epsilon_j} \prod_{l=j+1}^k \frac{\varphi_{l-1}}{\mu_l + \varphi_l + \gamma_l - \sigma_l - \epsilon_l} \right) + \frac{\kappa_{k-1} + \lambda_{k-1} - \zeta_{k-1} - \theta_{k-1}}{\mu_k + \varphi_k + \gamma_k - \sigma_k - \epsilon_k} \right] + \\
& \frac{\varphi_{N-1}}{\mu_N + \gamma_N - \sigma_N - \epsilon_N} (1 - \delta_{N2}) \sum_{j=1}^{N-2} \left(\frac{\kappa_{j-1} + \lambda_{j-1} - \zeta_{j-1} - \theta_{j-1}}{\mu_j + \varphi_j + \gamma_j - \sigma_j - \epsilon_j} \prod_{l=j+1}^{N-1} \frac{\varphi_{l-1}}{\mu_l + \varphi_l + \gamma_l - \sigma_l - \epsilon_l} \right) + \\
& \left. \frac{\varphi_{N-1}}{\mu_N + \gamma_N - \sigma_N - \epsilon_N} \frac{\kappa_{N-2} + \lambda_{N-2} - \zeta_{N-2} - \theta_{N-2}}{\mu_{N-1} + \varphi_{N-1} + \gamma_{N-1} - \sigma_{N-1} - \epsilon_{N-1}} + \frac{\kappa_{N-1} + \lambda_{N-1} - \zeta_{N-1} - \theta_{N-1}}{\mu_N + \gamma_N - \sigma_N - \epsilon_N} \right\}, \\
& k = 1, \dots, N-1,
\end{aligned} \tag{22}$$

$$\begin{aligned}
y_N = & \left\{ x_0 \frac{\varphi_{N-1}}{\mu_N + \gamma_N - \sigma_N - \epsilon_N} \prod_{i=1}^{N-1} \frac{\varphi_{i-1}}{\mu_i + \varphi_i + \gamma_i - \sigma_i - \epsilon_i} + \right. \\
& \frac{\varphi_{N-1}}{\mu_N + \gamma_N - \sigma_N - \epsilon_N} (1 - \delta_{N2}) \sum_{j=1}^{N-2} \left(\frac{\kappa_{j-1} + \lambda_{j-1} - \zeta_{j-1} - \theta_{j-1}}{\mu_j + \varphi_j + \gamma_j - \sigma_j - \epsilon_j} \times \prod_{l=j+1}^{N-1} \frac{\varphi_{l-1}}{\mu_l + \varphi_l + \gamma_l - \sigma_l - \epsilon_l} \right) + \\
& \left. \frac{\varphi_{N-1}}{\mu_N + \gamma_N - \sigma_N - \epsilon_N} \frac{\kappa_{N-2} + \lambda_{N-2} - \zeta_{N-2} - \theta_{N-2}}{\mu_{N-1} + \varphi_{N-1} + \gamma_{N-1} - \sigma_{N-1} - \epsilon_{N-1}} + \frac{\kappa_{N-1} + \lambda_{N-1} - \zeta_{N-1} - \theta_{N-1}}{\mu_N + \gamma_N - \sigma_N - \epsilon_N} \right\} / \\
& \left\{ x_0 \left[1 + \sum_{k=1}^{N-1} \prod_{i=1}^k \frac{\varphi_{i-1}}{\mu_i + \varphi_i + \gamma_i - \sigma_i - \epsilon_i} + \frac{\varphi_{N-1}}{\mu_N + \gamma_N - \sigma_N - \epsilon_N} \prod_{i=1}^{N-1} \frac{\varphi_{i-1}}{\mu_i + \varphi_i + \gamma_i - \sigma_i - \epsilon_i} \right] + \right. \\
& \sum_{k=1}^{N-1} \left[(1 - \delta_{k1}) \sum_{j=1}^{k-1} \left(\frac{\kappa_{j-1} + \lambda_{j-1} - \zeta_{j-1} - \theta_{j-1}}{\mu_j + \varphi_j + \gamma_j - \sigma_j - \epsilon_j} \prod_{l=j+1}^k \frac{\varphi_{l-1}}{\mu_l + \varphi_l + \gamma_l - \sigma_l - \epsilon_l} \right) + \right. \\
& \left. \frac{\kappa_{k-1} + \lambda_{k-1} - \zeta_{k-1} - \theta_{k-1}}{\mu_k + \varphi_k + \gamma_k - \sigma_k - \epsilon_k} \right] + \frac{\varphi_{N-1}}{\mu_N + \gamma_N - \sigma_N - \epsilon_N} (1 - \delta_{N2}) \sum_{j=1}^{N-2} \left(\frac{\kappa_{j-1} + \lambda_{j-1} - \zeta_{j-1} - \theta_{j-1}}{\mu_j + \varphi_j + \gamma_j - \sigma_j - \epsilon_j} \times \right. \\
& \left. \prod_{l=j+1}^{N-1} \frac{\varphi_{l-1}}{\mu_l + \varphi_l + \gamma_l - \sigma_l - \epsilon_l} \right) + \frac{\varphi_{N-1}}{\mu_N + \gamma_N - \sigma_N - \epsilon_N} \frac{\kappa_{N-2} + \lambda_{N-2} - \zeta_{N-2} - \theta_{N-2}}{\mu_{N-1} + \varphi_{N-1} + \gamma_{N-1} - \sigma_{N-1} - \epsilon_{N-1}} + \\
& \left. \frac{\kappa_{N-1} + \lambda_{N-1} - \zeta_{N-1} - \theta_{N-1}}{\mu_N + \gamma_N - \sigma_N - \epsilon_N} \right\}.
\end{aligned} \tag{23}$$

И за двата случая са получени неограничен брой нови вероятностни разпределения, а за втория случай (на случайна величина, която може да има безкраен брой неотрицателни числени стойности) е показано, че класовете вероятностни разпределения на Кац, Орд, Кемп и много други, са частни случаи на получената обща форма на вероятностно разпределение.

С.3) Разработките за случая на канал с един ръкав бяха обобщени за случая на канали с два, три и произволен брой ръкави [D21]. Получени бяха нови видове вероятностни разпределения на веществото в такива канали, които не са вече от класа на едномерни дискретни разпределения, а са от класа на разпределения върху възлите на мрежа, имаща повече от един ръкав.

С.4) Оказа се, че разработката за случая на движение на вещество в мрежа теория е свързана с теорията на растящите мрежи [D22]. Бе показано, че прочутият модел на Барабаши-Алберт е свързан със специфичен случай на движения на вещество в обикновен канал с един ръкав. Тези резултати откриват впечатляваща перспектива за бъдещи изследвания.

Получените резултати имат пряко приложение за анализи и прогнози на мигрантски потоци при човешка миграция [D23,D24] – въпрос, изключително актуален за Европа и България, която лежи на един от най-големите пътища за миграция. 10 години преди голямата миграционна вълна в Европа, важността на изследванията по проблемите на човешката миграция бе описана в монографията “Популационна динамика и национална сигурност” на Витанов, Димитрова и Панчев. От самото заглавие на книгата е ясно, че тези изследвания имат съществено значение и за поддържането на националната сигурност на Република България.

D) Динамиката на научни системи и оценка на изследователската дейност

Написана е самостоятелната монография [S1], издадена от реномираното издателство Springer през 2016 г и озаглавена *Science dynamics and research production. Indicators, indexes, statistical laws and mathematical models*. Монографията е втората от поредицата *Qualitative and quantitative analysis of scientific and scholarly communication* и е посветена на използване на математически методи при описанието и предсказването на развитието на сложни научни системи и при оценяването на научната продукция на изследователите.

Основните приноси на монографията са концепцията за развитието на науката като сложна нелинейна дисипативна система, обобщението на o -индекса за изследователската продукция на учен, геометричния инструмент за детектиране на групи от научни елити на основата на кривата на Лоренц. Изложени са статистическите закони, действащи в областта на научните системи и редица детерминистични и статистически модели в областта на динамиката на научните системи и оценката на научната продукция, с оригинални модели, предложени от автора сред които моделът за конкуренцията между системи от идеи и моделът за миграцията на учени към по-привлекателни научни дестинации.

Тази разработка има пряко практическо приложение при извършване на оценки на изследователската дейност от различен мащаб – от отделния изследовател, до национални и международни изследователски системи. Оригинални разработки на автора, изложени в книгата, се използват при оценката на изследователската продукция на българските университети и БАН. Авторът на монографията е член и заместник-председател на комисията за наблюдение и оценка на научната дейност на университетите и научните организации в Република България. Така идеите от тези изследвания намират пряко приложение за подпомагане на управлението на научно-изследователската система на държавата.

Работата в това направление в последните години продължава с разработка на математическа теория за влиянието на кадровата политика върху научната продукция на една система, занимаваща се с научни изследвания [S2]. Системата може да бъде организация, съставена от катедри, факултети, научни групи или изследователски сектори. Системата може да бъде и система от такива организации и в частност цялата изследователска система на държавата. Тези изследвания имат голяма перспектива за анализ и оценка на дейността на изследователските организации в България от гледната

точка на кадровото им развитие и свързанат с него научна ефективност. Перспективите за по-нататъшни разработки в тази област са много големи.

4) Постигновения в областта на популяризацията на науката

Развитието на науката е довело до поява на сложност в научните резултати, които обществото често вече не може да разбере без допълнително популярно изложение. Работата в областта на популяризацията на науката е от 30 години в 3 направления: публикации; организация на събития; радио и телевизионни изяви.

4.A.) В над 100 публикации широката аудитория е запознавана със състоянието и проблемите на българската и световната наука; с научни и практически аспекти, свързани със социалната динамика и с оценката на научните изследвания; с биографии на дейци на науката и образованието; с постиженията в различни клонове на науката и др. Написани са серии статии, посветени на

-живота и дейността на знаменити учени и на практики в областта на икономиката: Нютон, Айнщайн, Хук, Планк, Деминг, Ерхард

-идеите на Гумилев за развитието на етносите и тяхната връзка с концепциите на математическата социална динамика

-развитието на Япония от гледната точка на концепциите на математическата социална динамика

- развитието на Китай от гледната точка на концепциите на математическата социална динамика

4.B.) Поддържа се неуморно работата на популярното списание “Българска наука”, чиито публикации имат десетки хиляди четения на месец.

4.C.) В рамките на дейността във “Форум Демокрит” е подпомогнато прохождането в България на Нощта на учените, FAMELAB и Фестивала на науката. В десетки часове телевизионни и радиоинтервюта е информирана милионна аудитория за постиженията на световната наука (например новогодишните обзори на постиженията на световната наука за 2016, 2017 и 2023г.), неотклонно са защитавани българските учени и са подчертавани успехите на българската наука. С тези действия е допринесено за оцеляването на българската наука в тежки времена и за духовното обогатяване на българското общество посредством информацията за българската наука и нейните успехи, която е предадена чрез различни медии до милиони български читатели, слушатели и зрители и особено до младите българи – ученици и студенти.

4.D.) В последните години (от 2020 г. насам) , вследствие на работата за анализи и прогнози в подкрепа на работата на Националния оперативен щаб и правителството за овладяване на пандемията от COVID-19 са налице над **8000** отразявания на дейността на Николай К. Витанов. В стотиците интервюта, телевизионни и радиоучастия, свързани с тази дейност, неизменно бе поддържана линията на популяризацията на постиженията на българската наука и линията на издигане на авторитета на българската наука и особено на българската математика, физика, химия, биологически, инженерни науки, както и на науките за човека и обществото.

Неотклонно бе работено по затвърждаване на позитивния имидж на БАН в българското общество. Така, научните резултати бяха трансформирани в практическа полза и в реални резултати в посока на укрепване на българската математика, на българската наука, на българската научна система и на Българската академия на науките.

5.) Още за значението на постиженията на Николай К. Витанов за развитието на науката и културата и/или за материалното и/или духовното обогатяване на българския народ и българската държава

Гореописаните изследвания и свързаните с тях постижения винаги са били правени и получавани на основата на гледната точка, че и от най-теоретичното изследване трябва не само да развива науката и по възможност и част от културата, но трябва да е свързано с практическа полза за групи от хора, народа и държавата и тази практическа полза да може да бъде видяна в обозримо, а не в неясно бъдеще време. Практическата полза на постиженията за научната общност у нас и в чужбина се вижда и от следните кратки факти

5.1. Стотици хиляди четения на публикациите на Николай К. Витанов в Research Gate (https://www.researchgate.net/profile/Nikolay_Vitanov)

четения към 31.12.2023: **314 088**

5.2. Над 50 000 четения на материалите, свързани с монографията за динамика на науката и оценка на научната производителност в Research Gate. Над 8000 изтегляния на монографията от сайта на издателство Springer.

Количеството учени в България в настоящия момент е под 15 000. Съпоставката на това число с броя на четенията на публикациите в ResearchGate показва, че публикациите са известни и интересни не само у нас, но и далеч извън пределите на българската научна общност и на България. Същото може да се каже и за четенията на монографията в Шпрингер. Над 50-те хиляди четения и над 8-те хиляди изтегляния на монографията от сайта на издателството недвусмислено говорят за големия международен интерес към нея. Така, научната продукция и постиженията на кандидата доказано са широко известни както в страната, така и в чужбина и допринасят за повишаване на нивото на българската наука и за увеличаване на международния и престиж.

6.) Международно признание на научните постижения на Николай К. Витанов

Поставен в класацията на Станфордския университет “Stanford World Ranking of Top 2% Scientists” – 2021, 2022, 2023.

Литература

[N1] **Nikolay K. Vitanov** Simple Equations Method (SEsM): An Effective Algorithm for Obtaining Exact Solutions of Nonlinear Differential Equations. Entropy, 24, No.11, 1653 (2022). (Review article, 55 pages, 529 references).

[N2] **Nikolay K. Vitanov**. Simple equations method (SEsM): Review and new results. AIP Conference Proceedings 2459, 020003 (2022), (Review article, 83 pages, 144 references).

- [N3] **Nikolay K. Vitanov.** *Simple equations method (SEsM) for obtaining exact solutions of nonlinear differential equations.* Chapter 4 (pp 105 – 139) in A. R. Baswell (Ed.) **Advances in Mathematics Research**, Nova Science Publishers, New York (2022),
- [N4] **Nikolay K. Vitanov**, Zlatinka I. Dimitrova, Kaloyan N. Vitanov. *Simple Equations Method (SEsM): Algorithm, connection with Hirota Method, Inverse Scattering Transform Method, and several other methods.* Entropy, 23, 10 (2021).
- [N5] **Nikolay K. Vitanov.** *Simple equations method (SEsM) and its connection with the inverse scattering transform method.* AIP Conference Proceedings, 2321, 030035 (2021).
- [N6] **Nikolay K. Vitanov**, Zlatinka I. Dimitrova. *Simple equations method (SEsM) and its particular cases: Hirota method.* AIP Conference Proceedings, 2321, 030036 (2021).
- [N7] **Nikolay K. Vitanov**, Zlatinka I. Dimitrova. *Simple Equations Method and Non-Linear Differential Equations with Non-Polynomial Nonlinearity.* Entropy, 23, 1624 (2021)
- [N8] **Nikolay K. Vitanov**, Zlatinka I. Dimitrova. *Simple Equations Method and Non-Linear Differential Equations with Non-Polynomial Nonlinearity.* Entropy, 23, 1624 (2021)
- [N9] **Nikolay K. Vitanov.** On the Method of Transformations: Obtaining Solutions of Nonlinear Differential Equations by Means of the Solutions of Simpler Linear or Nonlinear Differential Equations. Axioms, **2023**, 12, No. 12, 1106 (2023).
- [N10] **Nikolay K. Vitanov**, Zlatinka I. Dimitrova, Kaloyan N. Vitanov. On the use of composite functions in the Simple Equations Method to obtain exact solutions of nonlinear differential equations. Computation 9, No. 10, 104.
- [N11] **Nikolay K. Vitanov**, Zlatinka I. Dimitrova, Kaloyan N. Vitanov. Modified method of simplest equation for obtaining exact analytical solutions of nonlinear partial differential equations: further development of the methodology with applications. Applied Mathematics and Computation 269, 363 - 378 (2015).
- [N12] **Nikolay K. Vitanov.** Modified method of simplest equation: powerful tool for obtaining exact and approximate traveling-wave solutions of nonlinear PDEs. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation 16, No. 3, 1176 – 1185 (2011).
- [N13] **Nikolay K. Vitanov**, Zlatinka I. Dimitrova, and Holger Kantz. Modified method of simplest equation and its application to nonlinear PDEs. Applied Mathematics and Computation 216, No.9, 2587 - 2595 (2010).
- [N14] **Nikolay K. Vitanov** On modified method of simplest equation for obtaining exact and approximate solutions of nonlinear PDEs: the role of the simplest equation. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation 16, No. 11 (2011), 4215 - 4231 (2011).
- [N15] **Nikolay K. Vitanov** Application of simplest equations of Bernoulli and Riccati kind for obtaining exact traveling-wave solutions for a class of PDEs with polynomial nonlinearity. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation 15, No. 8, 2050 - 2060 (2010).

- [N16] **Nikolay K. Vitanov**, Zlatinka I. Dimitrova. Application of the method of simplest equation for obtaining exact traveling-wave solutions for two classes of model PDEs from ecology and population dynamics. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* 15, No. 10, 2836-2845 (2010).
- [N17] **Nikolay K. Vitanov**, Zlatinka I. Dimitrova, and Kaloyan N. Vitanov. On the class of nonlinear PDEs that can be treated by the modified method of simplest equation. Application to generalized Degasperis–Procesi equation and b-equation. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* 16, No. 8, 3033 – 3044 (2011).
- [N18] **Nikolay K. Vitanov**, Zlatinka I. Dimitrova, and Holger Kantz. Application of the method of simplest equation for obtaining exact traveling-wave solutions for the extended Korteweg–de Vries equation and generalized Camassa–Holm equation. *Applied Mathematics and Computation* 219, No. 14, 7480-7492 (2013).
- [N19] **Nikolay K. Vitanov**, Zlatinka I. Dimitrova, and Tsvetelina I. Ivanova. On solitary wave solutions of a class of nonlinear partial differential equations based on the function $1/\cosh^n(\alpha x + \beta t)$. *Applied Mathematics and Computation* 315, 372 - 380 (2017).
- [N20] **Nikolay K. Vitanov**, Kaloyan N. Vitanov. Epidemic Waves and Exact Solutions of a Sequence of Nonlinear Differential Equations Connected to the SIR Model of Epidemics. *Entropy* 25, No. 3, 438 (2023).
- [N21] **Nikolay K. Vitanov**, Zlatinka I. Dimitrova. Computation of the Exact Forms of Waves for a Set of Differential Equations Associated with the SEIR Model of Epidemics. *Computation* 11, No. 7, 129 (2023).
- [N22] **Nikolay K. Vitanov**, Zlatinka I. Dimitrova, Kaloyan N. Vitanov. News Waves: Hard News, Soft News, Fake News, Rumors, News Wavetrains. *Entropy*, 26, 5 (2024).
- [N23] **Nikolay K. Vitanov**, Ivan P. Jordanov, Zlatinka I. Dimitrova. On nonlinear population waves. *Applied Mathematics and Computation* 215, No.8, 2950-2964 (2009).
- [N24] **Nikolay K. Vitanov**, Ivan P. Jordanov, Zlatinka I. Dimitrova. On nonlinear dynamics of interacting populations: Coupled kink waves in a system of two populations. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* 14, No. 5, 2379 - 2388 (2009).
- [N25] **Nikolay K. Vitanov**, Zlatinka I. Dimitrova, Kaloyan N. Vitanov. Traveling waves and statistical distributions connected to systems of interacting populations *Computers & Mathematics with Applications* 66, No.9, 1666 - 1684 (2013).
- [N26] N. K. Martinov, **N. K. Vitanov**. New class of running-wave solutions of the $(2+1)$ -dimensional sine-Gordon equation. *Journal of Physics A: Mathematical and General* 27, No. 13 4611 – 4618 (1994).
- [N27] **Nikolay K. Vitanov**, Nikolay K. Martinov. On the solitary waves in the sine-Gordon model of the two-dimensional Josephson junction. *Zeitschrift fuer Physik B Condensed Matter* 100, No.1 129 – 135 (1996).

- [T1] **Nikolay K. Vitanov**, Friedrich H. Busse . *Upper bounds on heat transport in a horizontal fluid layer with stress-free boundaries*. Zeitschrift fuer Angewandte Mathematik und Physik (ZAMP), 48, 310-324 (1997).
- [T2] **Nikolay. K. Vitanov** *Upper bound on the heat transport in a horizontal layer of infinite Prandtl number*. Phys. Lett. A, 248, 338-346 (1998).
- [T3] **Nikolay K. Vitanov** . Upper bounds on the heat transport in a porous layer. Physica D, 236, 322-339 (2000).
- [T4] **Nikolay K. Vitanov** Convective heat transport in a fluid layer of infinite Prandtl number: Upper bounds for the case of rigid lower boundary and stress-free upper boundary. Eur. Phys. J. B, 15, 349-355 (2000).
- [T5] **Nikolay K. Vitanov** Upper bounds on the convective heat transport in a rotating fluid of infinite Prandtl number: case of intermediate Taylor numbers. Phys. Rev. E, 62, 3581-3591 (2000).
- [T6] **Nikolay K. Vitanov**. Upper bounds on the convective heat transport in a rotating fluid layer of infinite Prandtl number: case of large Taylor numbers. The European Physical Journal B, 23, 249-266 (2001)
- [T7] Norbert P. Hoffmann, **Nikolay K. Vitanov**. Upper bounds on energy dissipation in Couette–Ekman flow. Physics Letters A 255, No. 4-6, 277-286 (1999)
- [T8] **Nikolay K. Vitanov** Optimum theory of turbulence: Ideas, methods and results. Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 39, No. 3, 31 – 62 (2009).
- [T9] **Nikolay K. Vitanov** (2005). Numerical upper bounds on convective heat transport in a layer of fluid of finite Prandtl number: Confirmation of Howard’s analytical asymptotic single-wave-number bound. Physics of Fluids, 17, No. 10, 105106. (2005)
- [T10] **Nikolay K. Vitanov**, Friedrich F. Busse. Bounds on the convective heat transport in a rotating layer. Phys. Rev. E, 63, 016303, (2001).
- [T11] **Nikolay K. Vitanov**. Optimum fields and bounds on heat transport for nonlinear convection in rapidly rotating fluid layer. The European Physical Journal B 73, 265-273 (2010).
- [D1] **Nikolay K. Vitanov**, Kaloyan N. Vitanov. Population dynamics in presence of state dependent fluctuations. Computers & Mathematics with Applications 68, No. 9, 962 - 971 (2014).
- [D2] **Nikolay K. Vitanov**, Zlatinka I. Dimitrova, Marcel Ausloos. Verhulst–Lotka–Volterra (VLV) model of ideological struggle. Physica A, 389, No.21, 4970-4980 (2010).
- [D3] **Nikolay K. Vitanov**, Marcel Ausloos, Giulia Rotundo. Discrete model of ideological struggle accounting for migration. Advances in Complex Systems 15, suppl. 01, 1250049 (2012).
- [D4] Khristo Tarnev, **Nikolay K. Vitanov**. Monte Carlo model for simultaneous spread of two variants of a virus in a population. AIP Conference Proceedings, 2929, 090009 (2023).

- [D5] **Nikolay K. Vitanov**, Kenshi Sakai, Zlatinka I. Dimitrova. SSA, PCA, TDPSC, ACFA: Useful combination of methods for analysis of short and nonstationary time series. *Chaos, Solitons & Fractals* 37, No.1, 187 – 202 (2008).
- [D6] H. Kantz, D. Holstein, M. Ragwitz, **N. K. Vitanov**. Markov chain model for turbulent wind speed data. *Physica A*, 342, No. 1-2, 315-321 (2004).
- [D7] **Nikolay Vitanov**, Norbert Hoffmann. On probability for rogue waves in the North sea. *Compt. rend. Acad. bulg. Sci.* 62, 187-194 (2009).
- [D8] Zlatinka I. Dimitrova, **Nikolay K. Vitanov**. Analysis of the extreme water levels of Indus, Ganges and Brahmaputra rivers. *Compt. rend. Acad. bulg. Sci.* 73, 1729-1735 (2020).
- [D9] **Nikolay K. Vitanov**, Norbert P. Hoffmann, Boris Wernitz. Nonlinear time series analysis of vibration data from a friction brake: SSA, PCA, and MF DFA. *Chaos, Solitons & Fractals* 69, 90-99 (2014).
- [D10] **N. K. Vitanov**, M. Siefert, J. Peinke. Topological analysis of the chaotic behaviour of the Shinriki oscillator. *Compt. rend. Acad. bulg. Sci.* 55, 31-36 (2002).
- [D11] K. T. Ashenfelter, S. M. Boker, J. R. Waddell, **N. Vitanov**. Spatiotemporal symmetry and multifractal structure of head movements during dyadic conversation. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 35, No.4, 1072 (2009).
- [D12] **Nikolay K. Vitanov**, Elka D. Yankulova. Multifractal analysis of the long-range correlations in the cardiac dynamics of *Drosophila melanogaster*. *Chaos, Solitons & Fractals*, 28, No.3, 768-775 (2006).
- [D13] S. Hegemann, A. Kusterer, **N. Vitanov**, V. Todorova. Investigation of Alexander's law in human caloric nystagmus. First results. *Compt. rend. Acad. bulg. Sci.* 58, 457 - 465 (2005).
- [D14] Marcel Ausloos, Adam Gadomski, **Nikolay K. Vitanov**. Primacy and ranking of UEFA soccer teams from biasing organization rules. *Physica Scripta*, 89, No. 10, 108002 (2014).
- [D15] M. Ausloos, R. Cloots, A. Gadomski, **N. K. Vitanov**. Ranking structures and rank–rank correlations of countries: The FIFA and UEFA cases. *International Journal of Modern Physics C*, 25, No. 11, 1450060 (2014).
- [D16] **N. K. Vitanov**, K. Sakai, I. P. Jordanov, S. Managi, K. Demura. (2007). Analysis of a Japan government intervention on the domestic agriculture market. *Physica A*, 382, No. 1, 330-335, (2007).
- [D17] **Nikolay K. Vitanov**, Marcel Ausloos. Test of two hypotheses explaining the size of populations in a system of cities. *Journal of Applied Statistics* 42, No.12, 2686-2693 (2015).
- [D18] **Nikolay K. Vitanov**, Kaloyan N. Vitanov. Box model of migration channels. *Mathematical Social Sciences* 80, 108-114 (2016).
- [D19] **Nikolay K. Vitanov**, Kaloyan N. Vitanov. Statistical distributions connected to motion of substance in a channel of a network. *Physica A*, 527, 121174 (2019).

[D20] **Nikolay K. Vitanov**, Kaloyan N. Vitanov, Holger Kantz. On the motion of substance in a channel of a network: Extended model and new classes of probability distributions. *Entropy* 22, No. 11, 1240 (2020).

[D21] Roumen Borisov, Zlatinka I. Dimitrova, **Nikolay K. Vitanov**. Statistical characteristics of stationary flow of substance in a network channel containing arbitrary number of arms. *Entropy* 22, No. 5, 553 (2020).

[D22] **Nikolay K. Vitanov**, Roumen Borisov, Kaloyan N. Vitanov. On the motion of substance in a channel and growth of random networks. *Physica A*, 581, 126207 (2021).

[D23] **Nikolay K. Vitanov**, Kaloyan N. Vitanov. Discrete-time model for a motion of substance in a channel of a network with application to channels of human migration. *Physica A*, 509, 635-650 (2018).

[D24] **Nikolay K. Vitanov**, Kaloyan N. Vitanov. On the motion of substance in a channel of a network and human migration. *Physica A*, 490, 1277-1294 (2018).

[S1] **Nikolay K. Vitanov**. Science dynamics and research production. Indicators, indexes, statistical laws and mathematical models. Springer, Cham, 2016.

[S2] **Nikolay K. Vitanov**, Zlatinka I. Dimitrova. Remarks on Dynamics of Research Production of Researchers and Research Organizations. pp. 51 – 70 in *Predicting the Dynamics of Research Impact*, Springer, Cham, 2021.